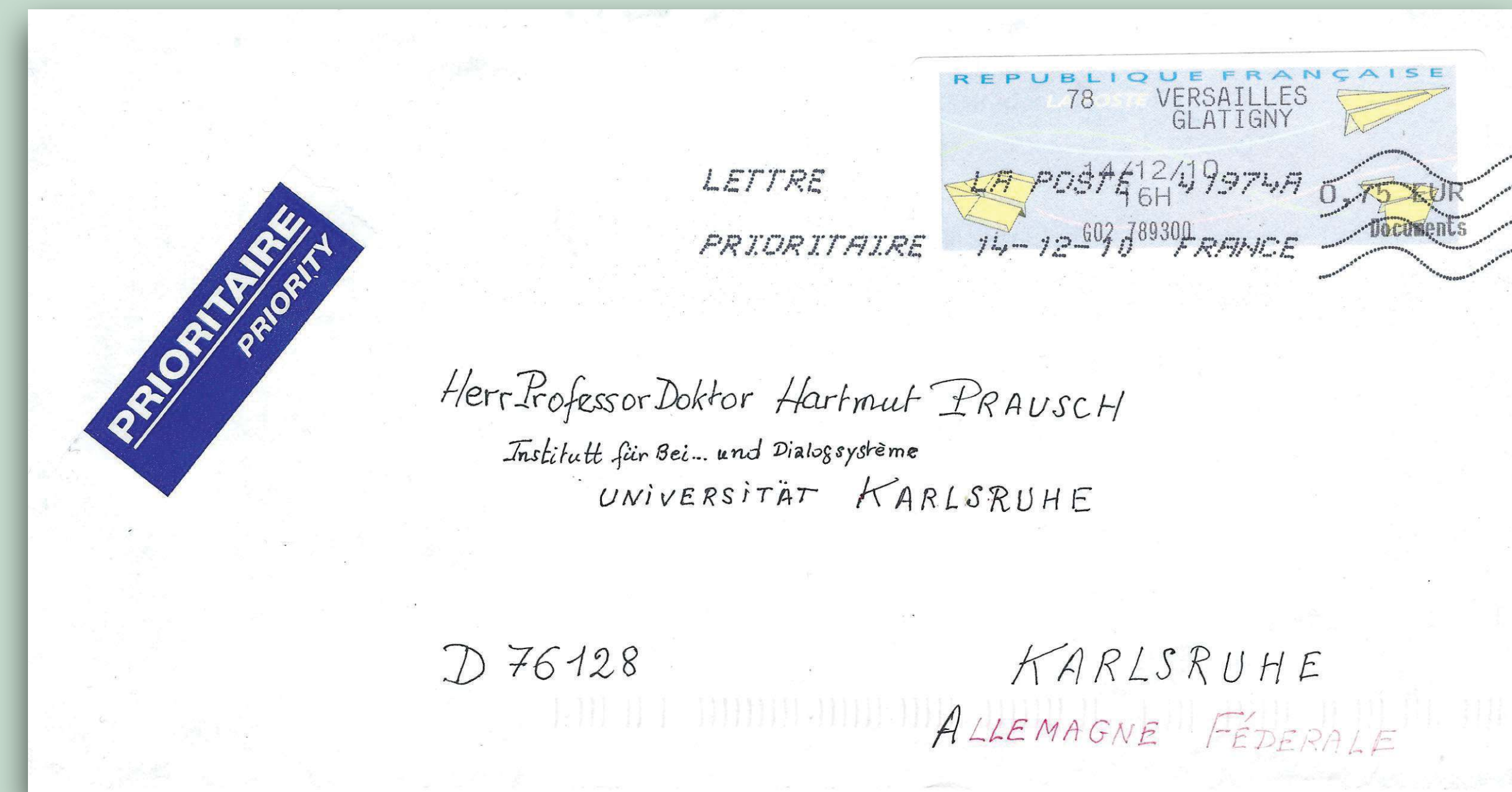


# A Letter from de Casteljau

*Hartmut's Farewell Colloquium  
Karlsruhe Institute of Technology*

6 March 2026

Andreas Müller, Hochschule Kempten  
[andreas.mueller@hs-kempten.de](mailto:andreas.mueller@hs-kempten.de)





## A black and white portrait of a middle-aged man with light-colored hair, wearing a dark suit jacket, white shirt, and dark tie. He is looking directly at the camera with a neutral expression. The background is a plain, light color.



## Geometric Euclid





Four sides of  
the same coin?



Cher Monsieur

C'est la fontaine de confusion devant ce Hémicorps de symphonie, d'entre-Rhin (3 personnes!) en faveur du nouvel olympisme que je suis, plus particulièrement de mon voisin de chambre en Noroît le pauvre Mon Lyche, dont le beau frère truivelle / l'usine Citroën de Rennes, craignait que la « Montaigne n'accouche d'une souris » tant il est vrai que je me laissais trahir par les pieds pour venir, sans oublier avoir jadis une très fautive catastrophe, inévitable! Mon moral était au plus bas, croyez moi, quand dans le ciel du soir, très hardiment brilla un magnifique arc-en-ciel qui me le remonta au zénith!

Sans la moindre intention de jouer "la Bellette", tous les éventuels traducteurs en Amphiosophon se débâtirent (l'usage de départ? ou d'arrivée? ou...?) et ainsi je pus intégrer tout à mon aise, pour la plus grande joie de mes compatriotes... Leur libidine devait plaisir à contempler! Oh, que oui, je m'étais souvenu d'Étienne Cohen, qui m'avait bien caché sa maîtrise des français, et de ces mines déconcertées front / érudites de couvrir le regard, pour ne pas être pris d'un fou-rire irrésistible d'adoubables-sens franco-étritich de ces exhortations provoquant les franchies, et autres... !!

Au di vous signaler mes manières!

J'adore montrer en deux courtes lignes, on fait bien mieux qu'en plusieurs pages. Enfin, à l'Ecole Normale Supérieure, de futur premier à l'Épigraphie, promis à une carrière fulgurante et présumée en avait fait la cruelle expérience. Puis chez Citroën, je venais de conseiller ma « Méta-analyse » avec celle des Américains, et venais de donner des indications précises, à un ingénieur d'origine germanique, juste pour le week-end (moulupe) de Penhaete. Rien qu'à son air, j'avais compris, et alignai deux très courtes lignes, au tableau: il est resté béat, au moins diminué à la regarder en murmurant: "Oh non; le Maître-ci n'est pas un prof mais un prof. de prof." Au vicisme était M. Bézier, qui très respecté par le plus petit requin d'eau douce, de la Faculté de Nangy! Être circulant avec les vainqueurs, sans oublier qu'un jour, ce sera mon tour.... !!

En recherche (recherche) il faut être polyvalent! Tout y passe Algèbre, Analyse, Calcul des Variations, et toutes les Géométries... !! La Reine des Mathématiques reste la Théorie des Nombres.

$OP, OQ, OM = Q_0 = ON \quad MN = C_1 \cdot S_1 \quad \text{Appliquons le théorème de PTOLÉMÉE}$

$ON, OM = PN \quad MN + ON \cdot PN$

$\frac{C_1}{S_1} = \frac{C_2}{S_2} = \dots = \frac{C_n}{S_n}$

soit  $\frac{C_1}{S_1} = \frac{C_2}{S_2} = \dots = \frac{C_n}{S_n} = \frac{C_r}{S_r} = \frac{\sum_{i=1}^n C_i}{\sum_{i=1}^n S_i}$

ou on peut passer à l'expression trigonométrique pour tout  $n \geq p+q+r = 2q+1$  contrairement à GAUSS:  $n$  et  $q$  ne sont pas forcément premiers (je me presse de GAUSS)

on retrouve ainsi  $n = 17$  (257; 65537) mais aussi tous les impairs  $n = 5$  ( $n \geq 3$  bien sûr) le fameux pentagone, le nombre d'OR, la suite de Fibonacci va venir, mais on peut passer au 8, 9, 11, 13... à qst un 2<sup>e</sup> ou un nombre composé, on détaillera chaque d'intérieur, en particulier 13 plus que 13 degrés traité par GAUSS: Avec 13 on a le choix entre une équation du 3<sup>e</sup> degré, suite d'une second, ou le contraire! Les deux sont possibles, et la comparaison est très intéressante. Pour le Pz on a un cas 3x3 seul). Gauss en parle!

Mais ceci ne suffit rien, sans valider la Seconde Diagonale de la Reine! Le premier, reihen, Cayley-Hamilton, encore mieux, mais rien ne rend la Seconde, bien que des 2 ( $m=1$ ) des 3es 0 ou des 4 et des 5 en dessous. Je veux faire constater que l'échec sous formes de "pôle" (oh! pardon de l'ordre de Caracassonne) permet vite de le démontrer A1, A2, ... An. triangulaire avant de passer à la fois suivant, et à nouveau ce schéma triangulaire, qui a fait la gloire de M. Caracassonne et la fortune de la Reine Renault (RNUR) (c'est me passe de GAUSS et de CALEY-HAMILTON... .. !)

Ce qui est passionnant avant tout, c'est la comparaison des Polygones réguliers complets (n points réguliers sur le cercle et toutes les cordes des reliant 2-2 et interactions), configurés avec les longueurs et interactions.

Que d'analogies entre P<sub>3</sub> et P<sub>9</sub>!!! Déjà le nombre d'éléments (Triangle, C. corde)

|                                           |                         |                         |                        |
|-------------------------------------------|-------------------------|-------------------------|------------------------|
| PT C <sub>6</sub>                         | C <sub>2</sub> 24       | C <sub>3</sub> 36       | C <sub>4</sub> 70      |
| TC n C <sub>6</sub>                       | 7: 7 C <sub>2</sub> 105 | 9: 9 C <sub>2</sub> 252 | 5: 5 C <sub>2</sub> 30 |
| Quadrilatère Complexe CC 3 C <sub>6</sub> | 3 C <sub>4</sub> 105    | 3 C <sub>4</sub> 378    | 3 C <sub>4</sub> 15    |
| TOTAL                                     | 334                     | 666 (faute!!!)          | 55                     |

On peut aussi recenser tous les triangles et compter ceux qui sont homothétiques (il y en a beaucoup, car le nombre d'angles est très limité). (not instructif... avec le rapport d'homothétie)

Arithmétiquement on peut développer l'équation du troisième degré:

$$ax^3 + 3bx^2y + 3cxy + dy^3 = 0 \quad (\text{le } 3 \text{ est important!}) \quad \text{les pbs!!!}$$
$$\frac{1}{d} \frac{x^3}{a} = \frac{-x^2}{\frac{3b}{d}} = \frac{-x}{\frac{3c}{d}} = \frac{-x^2 - (-xy)}{(ad-c) - (ac-d)} = \frac{-x^2 - (-xy)}{bd-c} \Rightarrow \Delta$$

Cette présentation écite le fameux 4p+27q!!!! escamoteur brillamment \* on fait affiner

et on peut paramétrer les deux paraboles "asymptotes"

$$3b = 2ax + \frac{d}{x} \quad \text{et leurs tangentes puis leur aplon.}$$
$$3c = a^2 + \frac{d}{x}$$

Je n'insiste pas sur le détail!! On y passe des heures passionnantes... le 3ème degré!

Le P<sub>3</sub> est remarquable!

déjà, la seule différence est le signe du module de  $\left(\frac{P_3}{P_9}\right)$  pour le dxl, c'est évident!!!  $\| \cdot \| = 1$  Si non - (pas toujours)

le P<sub>3</sub>, et M<sub>3</sub> du suite de Fibonacci ont un + un +

le 3x3 R<sub>111</sub> - R<sub>11</sub> ⇒ V<sub>3x3</sub>    V<sub>3x3</sub> - V<sub>11</sub> ⇒ R<sub>3</sub>    M<sub>3</sub>: {R<sub>111</sub>-R<sub>11</sub> R<sub>3</sub>} / {V<sub>3x3</sub>-V<sub>11</sub> V<sub>3x3</sub> R<sub>3</sub>}

Je ne vais que donner quelques grandes lignes. Appelons les cotés u(n) d'une et (trois). On applique le Théorème de PROLÉTÉE sur tous les quadrilatères complémentaires de triangles, dont du même axe de symétrie

- ① L<sub>3</sub> = d<sub>3</sub> du
- ② d<sub>3</sub> = a<sup>2</sup>+tu
- ③ a<sup>2</sup>= b<sup>2</sup>-dt

$$z = Q = Q + ud + tu - dt - do + utt \quad \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{2}$$

Lignes directrices:  
de d    K O E Z  
de 2    J O Z V K  
3x4    I O V E J

Ecoulement Géométrique  
Zone qui donne Deux  
Vendredi Théorème Trois

Je reste médusé par les petits exposants; Personne n'a su séparer ti de i de l'équation x<sup>2</sup>+to. Le sens trigonométrique reste artificiel (Moine, Gauss) pareil pour x<sup>2</sup>+to, pour désigner la paire j*i*, mais du bout 3 connaît le sens de rotation, par la base 2, où il faut introduire le 4.

Sur cette comparaison, P<sub>3</sub>/P<sub>9</sub> j'en ai rempli des kilos de brouillons, et il me reste un beau dossier! Je ne peux, hélas, que vous en donner un très faible extrait.

La comparaison entre sommes des longueurs des trois côtés u et de avec leurs coefficients, ou en produits avec leurs exposants, sous volets sur l'Hexagone complet, qui est une merveille!

Mais l'étude algébrique comparée du P<sub>3</sub> et du P<sub>9</sub> est sublimine, surtout au départ: une généralisation des fractions continues, double d'une étape de réinvention! Malheureusement inattendue par des heures

après avoir réduit  $x^2 - 10$  ou  $x^2 - 10 = 0$  la seconde  $x^2 + 3x - 3x^2 - 9x + 10 \div 3x$  Pq on trouve

$3x^2 - 3x^2 - 3x - 10 = 0$   $3x^2 - 3x - 10 = 0$   $3x^2 - 3x - 10 = 0$

$3x^2 - 3x - 10 = 0$   $3x^2 - 3x - 10 = 0$   $3x^2 - 3x - 10 = 0$

$3x^2 - 3x - 10 = 0$   $3x^2 - 3x - 10 = 0$   $3x^2 - 3x - 10 = 0$

On compare les deux !  
Quelle similitude

On croit rêver !

On croit rêver, tellement la ressemblance est frappante

On peut aussi "remonter" à  $0 = 6 + 1 + 1$  pour le P3  
et à  $0 = 4 + 1 + 1$  pour le P2

Tout en m'exercant de donner un numéro à succint, je te donne seulement pour vérifier des calculs  
ti pour retomber sur ces résultats importants: Non nous ne nous trompons pas!!!  
mais ceci n'est qu'un reflet de mes neurthats, qui occuperaient plusieurs pages

Je vais seulement recopier les exposants ou les coefficients trouvés pour le P2

| Exposants | Numéros d'ordre | Coefficients |
|-----------|-----------------|--------------|
| 1         | 0               | 1            |
| 2         | 1               | 2            |
| 3         | 2               | 1            |
| 4         | 3               | 0            |
| 5         | 4               | 0            |
| 6         | 5               | 0            |
| 7         | 6               | 0            |
| 8         | 7               | 0            |
| 9         | 8               | 0            |
| 10        | 9               | 0            |
| 11        | 10              | 0            |
| 12        | 11              | 0            |
| 13        | 12              | 0            |
| 14        | 13              | 0            |
| 15        | 14              | 0            |
| 16        | 15              | 0            |
| 17        | 16              | 0            |
| 18        | 17              | 0            |
| 19        | 18              | 0            |
| 20        | 19              | 0            |
| 21        | 20              | 0            |
| 22        | 21              | 0            |
| 23        | 22              | 0            |
| 24        | 23              | 0            |
| 25        | 24              | 0            |
| 26        | 25              | 0            |
| 27        | 26              | 0            |
| 28        | 27              | 0            |
| 29        | 28              | 0            |
| 30        | 29              | 0            |

Enfinement c'est amélioré!  
Après tellement  
(la copie à sequantymetrique  
(je copie recopie sans erreur!)

Continuer... la comparaison avec Napoléon bien sûr, mais surtout par Touraine et Louis XIV (la guerre du Palatinat...) mais en fait, Napoléon très mal vu, dit-on... lui fut protecteur de la constitutionnalisation... et on finissait mis les pieds (C'est Maxima, de Nice, qui a battu Bonaparte à la bataille de Zurich) dire qu'il était le bien-vu venait beaucoup dire, tout en ayant été le ciment qui a réuni la Confédération Helvétique. En fait, César voulait s'appuyer à l'émigration des Helvètes vers les... Charaxes, ce qui a déclenché la Guerre des Gaulois, Arminius (Hermann) au Teutoburg, et ce plus de chance que l'empire romain à l'Helvie... "On m'a dit, que c'était par la faute des cavaliers germaniques, venant de la Hesse (Trier) par César car, dit-on, chez les Gaulois, ils pratiquaient leur telle, avec de la frairie, rance, qui inclina la cavalerie gauloise, beaucoup plus agiles... Mais, savoir!!! Mais il y a eu la traite de l'Helvie... Chacun, a voulu s'attribuer le royaume de Lothar (l'Helvie) Lotharingen (Lotharingen auf dem Elbe) (l'orraine pour les Gaulois, francs) en mille ans de guerres (Vieilles) et les derniers les Brittons qui ont fait marcher... et ce fut Bouvines, ou Othon finit par perdre, malgrés sa supériorité numérique à quatre contre un. Il voulait faire payer une bonne rançon, ce qui le perdit... Pour qu'il réécrit ce très vieux souvenir, je n'ai jamais été un bon historien! Et après tout c'est grâce à moi, car, qu'en 1990 je n'avais aucun homme à lire, ni Alexandre Dumas, ni même Cooper, mais... les cours de préparation à l'école Navale de mon grand-père, Amiral (contre Amiral) (instaurée à la suppression d'Emir) des équations de DE LAMORE magnifiques, car elles traitent les 4 formes de la diffusion. Il était né en 1830, moi en 1930, etc... n'a jamais pu me connaître. J'avais fait... la guerre de Crimée! A quinze ans, à la sortie de l'hiver, il faisait "OUI", comme un dit en France - Conté (beau soleil d'été, presque parfait) je voyais une brave poule gratter les feuilles mortes, de l'hiver, sans grand succès. Tute de temps à autre, elle louchait pour gopher une petite araignée, à peine visible. Je l'observais à au ou deux mètres. Un coup de patte à droite, deux à gauche, encore un à droite et elle repart, rien, ou pas grand chose, et hop, elle recommence, un, deux, un, et en encore et encore quand tout à coup, elle met à jour un beau ver de terre; "Col Col Col" dit cette imbécile, en cherchant à l'emmener plus loin, pour l'avaler, mais elle était si "long" qu'elle se prenait la patte dedans. "Col Col" que déjà les autres poules... et le Coq, élaient là, j'en venais du Social, le dimanche, à l'ors la malheureuse poule, tourne sur elle-même pour regarder l'instant fatal où une autre poule arrive à attraper l'autre extrémité du ver. Alors la poule se décide à essayer à son tour d'avaler l'autre extrémité, et les deux poules se sont retrouvées bec à bec, reliés par le ver... A Calais, on a voulu me faire refaire mes mini quers pour les "magnétoscopes", et un jour m'a demandé si toutes les poules s'attachaient ainsi, je réponds, "les poules gauchères, sont inverses!" j'ai compris quand d'ailleurs Carastonne, juché à son ham, mon travail, et ma trouvaille, que cette histoire m'avait annoncée, ce qui allait m'arriver. Vous ne pouvez imaginer, les autres poules étaient d'accord, pour le parti je. Mais j'ai dû, en suivant les conseils de mes chefs, c'étaient eux, qui avaient financé cette recherche! Personne n'en voulait, et au début j'entendais de la part des techniciens, "ce n'est pas la peine, d'avoir fait des études supérieures pour en arriver là!" les impénitents étaient bien heureux que l'on ne leur ait pas posé ce problème; Mais ce fut l'inverse. Les techniciens me respectèrent, du côté des impénitents une certaine jalousie, et les passagers, je ne nomme personne, s'en souviennent quand... Je croyais avoir ce qu'était une fonction homomorphe, holomorphe, continue... que par là, je me restait à connaître la fonction Publique. De tout cœur, et encore pour mes plus vifs remerciements.

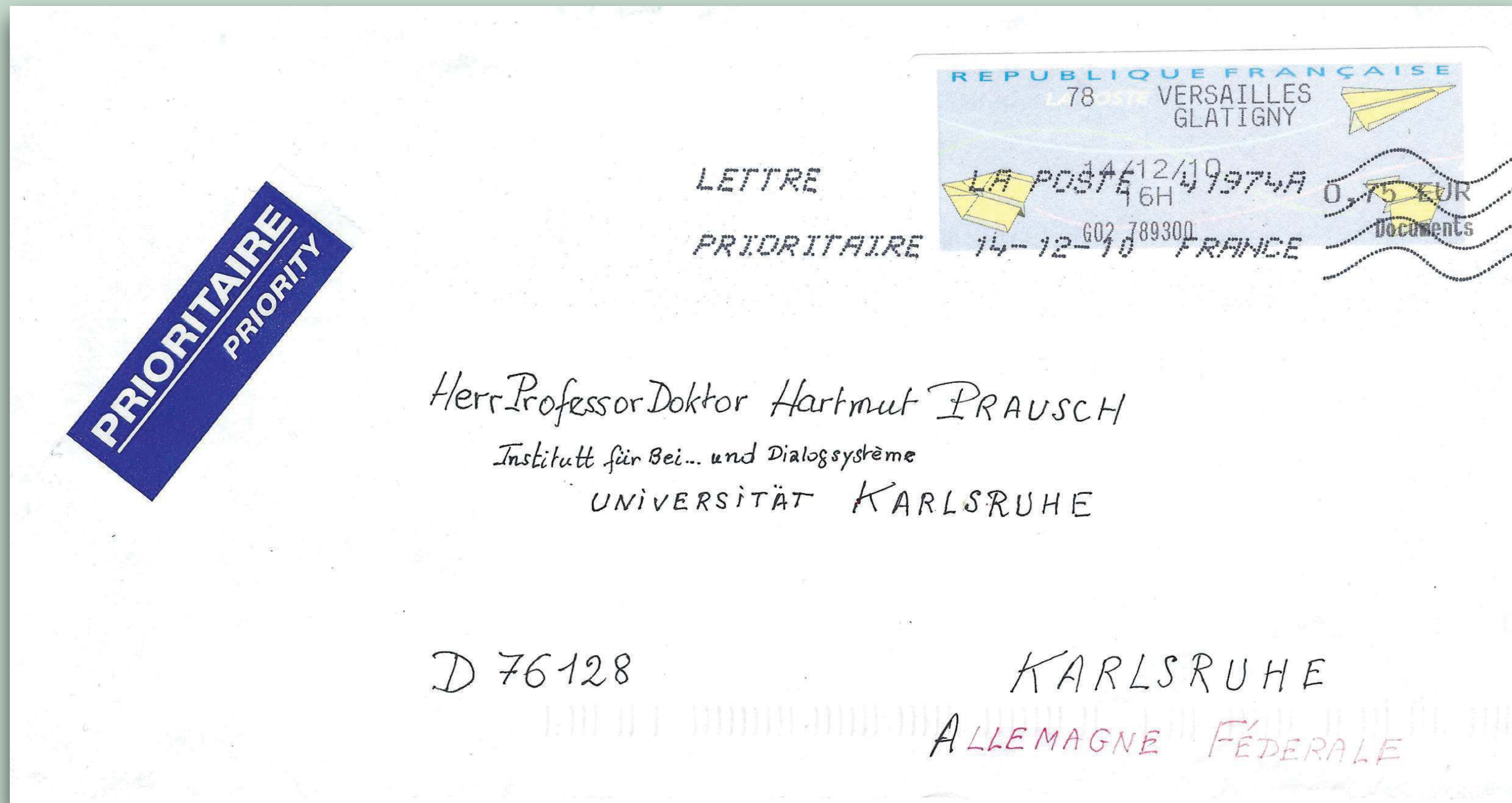
« Je me gausse de GAUSS »

« Le  $P_7$  est remarquable ! »

« On croit rêver »



# What's in a name ... ?





# « Je me gausse de GAUSS »

"I make fun of Gauss"

En recherche (Forschung) il faut être polyvalent ! Tout y passe Algèbre, Analyse, Calcul des Variations, et toutes les "Géométries"... ... La Reine des Mathématiques reste la Théorie des Nombres.

OP = C<sub>p</sub> OM = C<sub>q</sub> = ON MN = C<sub>1</sub> = r<sub>1</sub> Appliquons le théorème de PTOLÉMÉE

ON · OM = OP · MN + OM · PN

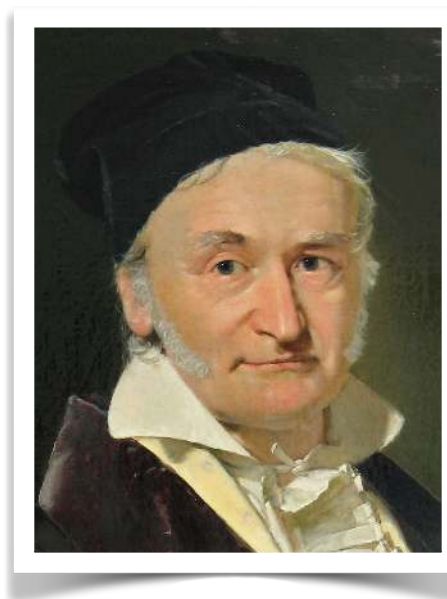
Soit 
$$\frac{C_r - C_{r-1}}{r_p} = \frac{C_p - C_{p-1}}{r_q} = \dots = \frac{C_1 - C_0}{r_1} = \frac{C_r}{\sum_{i=1}^q r_i}$$

or on peut passer à l'expression trigonométrique pour tout  $n = p + q + r = 2q + 1$  contrairement à GAUSS,  $n$  et  $q$  ne sont pas forcément premiers (« Je me gausse de GAUSS »)

on retrouve ainsi  $n = 17$  (257; 65537) mais aussi tous les impairs  $n = 5$  ( $n = 3$  bien sûr) le fameux pentalpha, le nombre d'OR, la suite de Fibonacci va venir, mais on peut passer au 7, 9, 11, 13... si  $q$  est un 2<sup>or</sup> ou un nombre composé, on détaillera chaque diviseur, (en particulier 13 plus que 19 déjà traité par GAUSS: Avec 13 on a le choix entre une équation du 3<sup>ème</sup> degré, suivie d'une du second, ou le contraire ! Les deux sont possibles, et la comparaison est très instructive. Pour le P<sub>19</sub> on a un cas 3x3 seul !). Gauss en parle !

# Gauss vs. de Casteljau

Carl Friedrich Gauss (1777-1855)



$$x^7 - 1 = 0$$

has a solution  $x = 1$  and those of  $x^6 + x^5 + x^4 + x^3 + x^2 + x + 1 = 0$ .

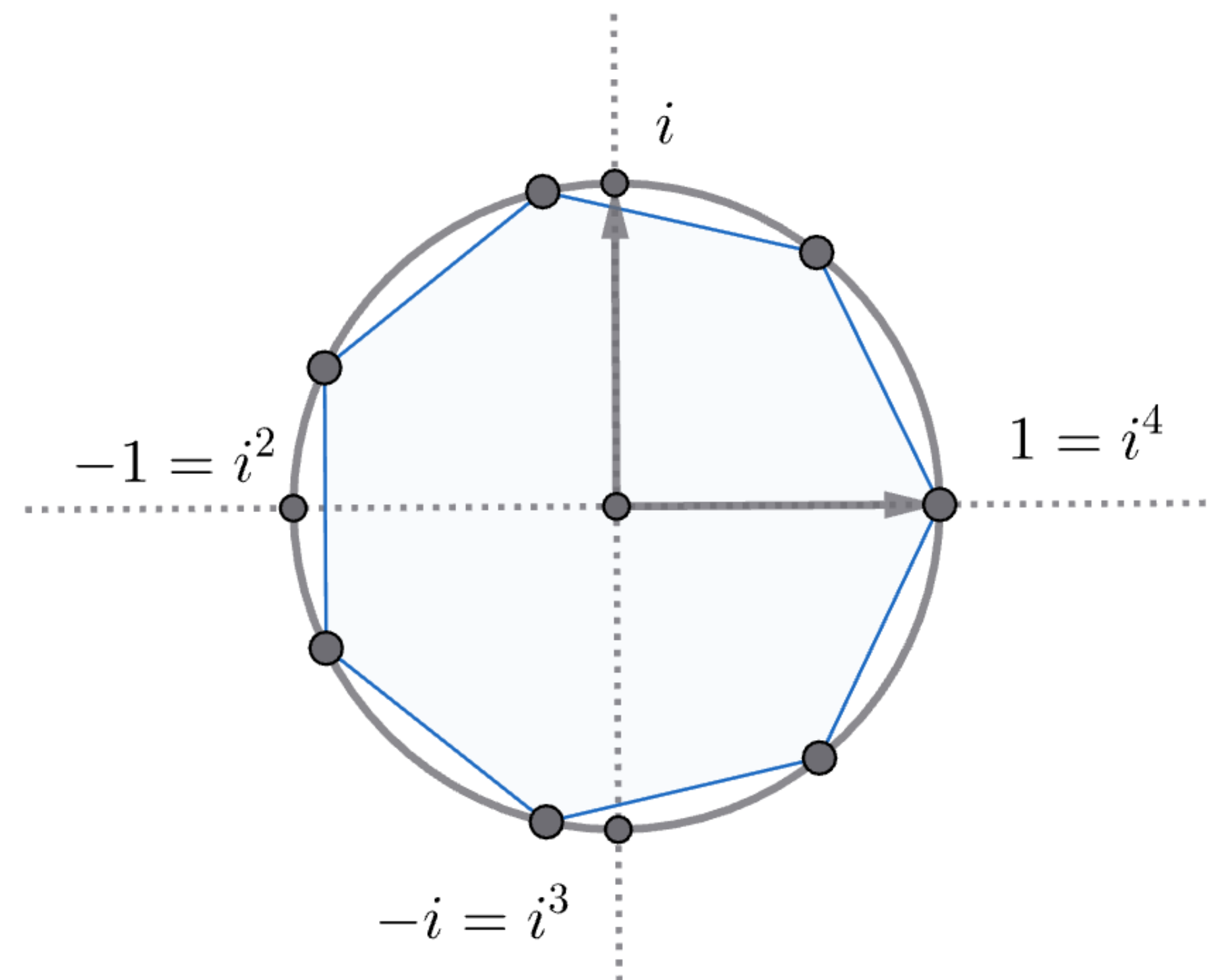
Gauss' first trick is a division by  $x^3$  to get:  $(x^3 + x^2 + x + 1 + \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} + \frac{1}{x^3}) = 0 (*)$

His second trick is the substitution  $z = x + \frac{1}{x}$  which leads to:

$$z^2 = x^2 + 2\frac{x}{x} + \frac{1}{x^2} \quad x^2 + \frac{1}{x^2} = z^2 - 2$$

$$z^3 = x^3 + 3\frac{x^2}{x} + 3\frac{x}{x^2} + \frac{1}{x^3} \quad x^3 + \frac{1}{x^3} = z^3 - 3x - \frac{3}{x} = z^3 - 3z$$

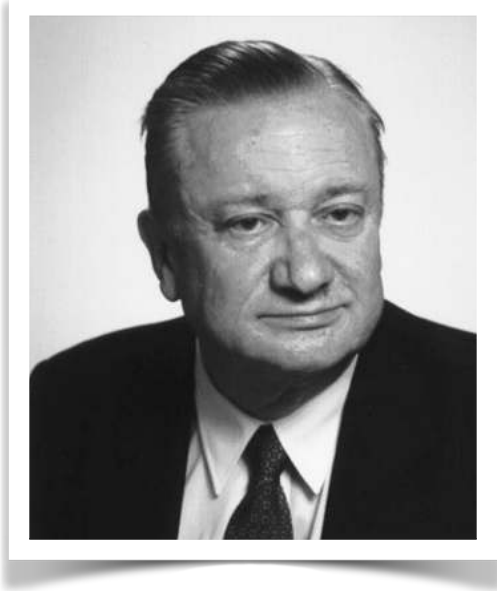
Insertion back into (\*) shows the 7gon's minimal polynomial:  $z^3 + z^2 - 2z - 1 = 0$





# Gauss vs. de Casteljau

## de Casteljau's Polygon Theorem



Ptolemy's theorem is a polar form of Pythagoras' theorem:

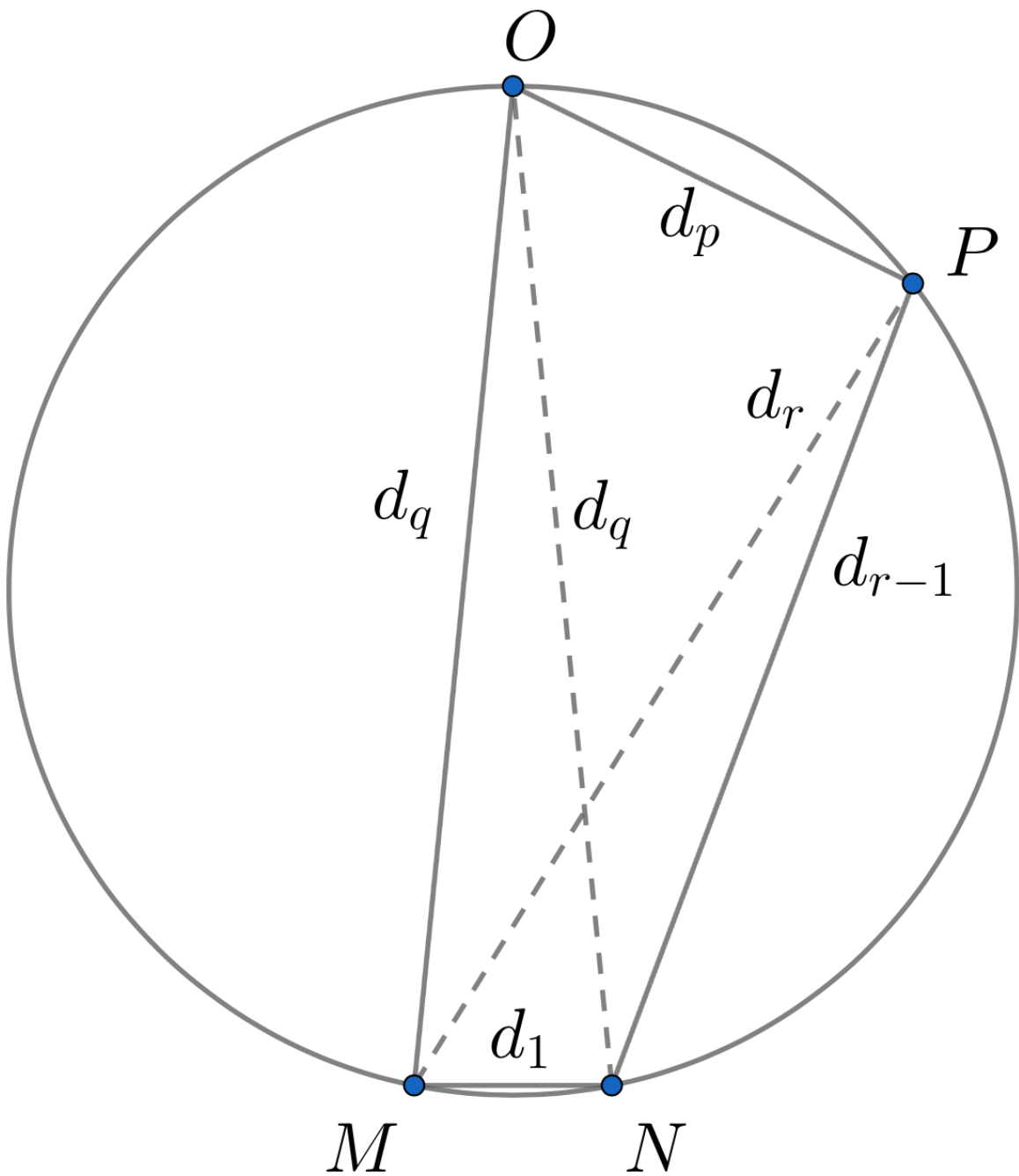
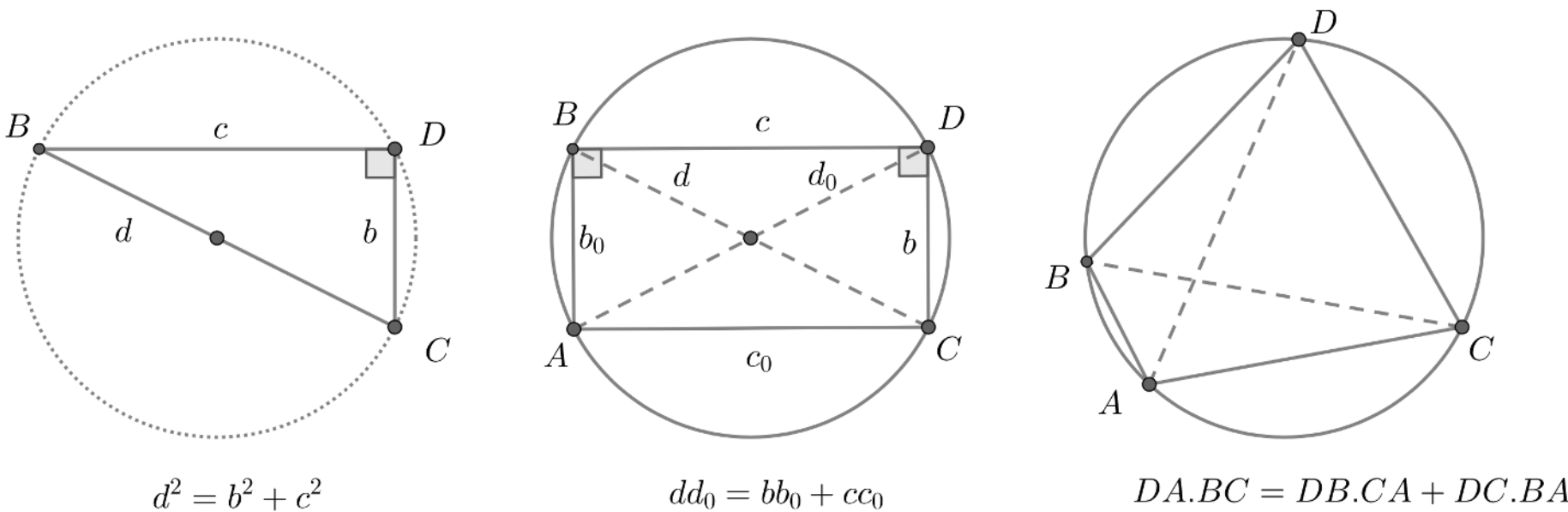
$$ON.MP = OP.MN + OM.PN$$

While  $P$  walks along (half) the circle / polygon, we get several relations:

$$\begin{aligned} d_q d_r &= d_p d_1 + d_q d_{r-1} \\ d_q d_{r-1} &= d_{p+1} d_1 + d_q d_{r-2} \\ &\vdots \\ d_q d_2 &= d_{q-1} d_1 + d_q d_1 \end{aligned}$$

→

$$\begin{aligned} d_q(d_r - d_{r-1}) &= d_p d_1 \\ d_q(d_{r-1} - d_{r-2}) &= d_{p+1} d_1 \\ &\vdots \\ d_q(d_2 - d_1) &= d_{q-1} d_1 \\ \hline d_q(d_r - d_1) &= d_1 \sum_{q-1}^p d_i \\ d_q d_r &= d_1 \sum_q^p d_i \end{aligned}$$



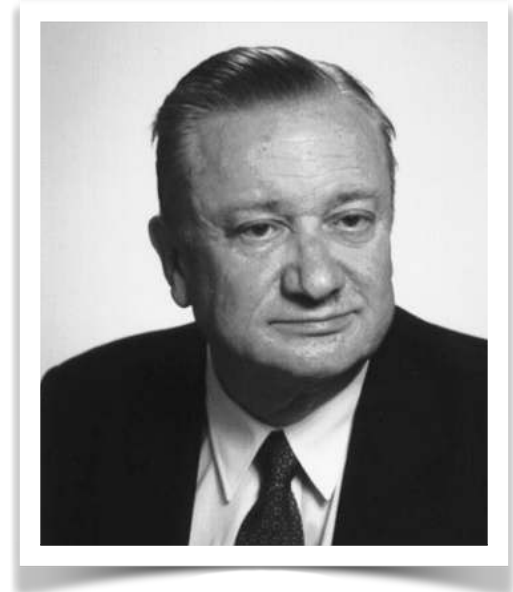
### Theorem (golden ratios)

The diagonal lengths  $d_i$  in an  $n$ -gon,  $n = p + q + r$ , fulfil the equation

$$\frac{d_r - d_{r-1}}{d_p} = \frac{d_{r-1} - d_{r-2}}{d_{p+1}} = \dots = \frac{d_2 - d_1}{d_{q-1}} = \frac{d_1}{d_q} = \frac{d_r}{\sum_{i=p}^q d_i}$$

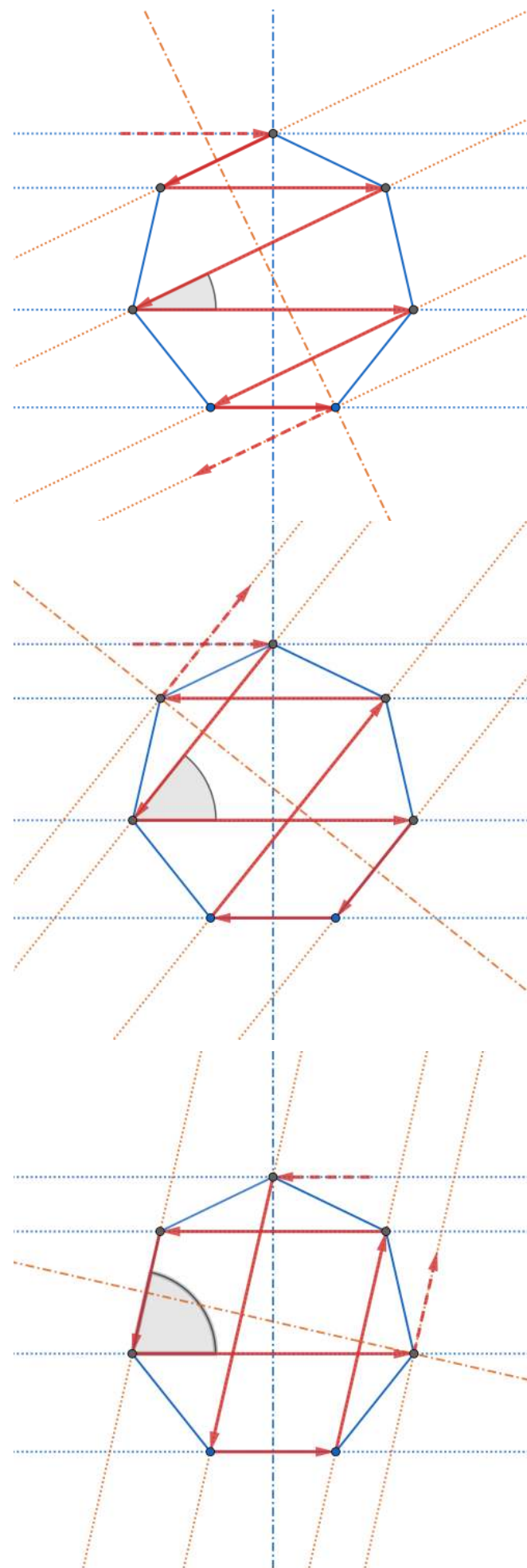
# Gauss vs. de Casteljau

Two ideas at night



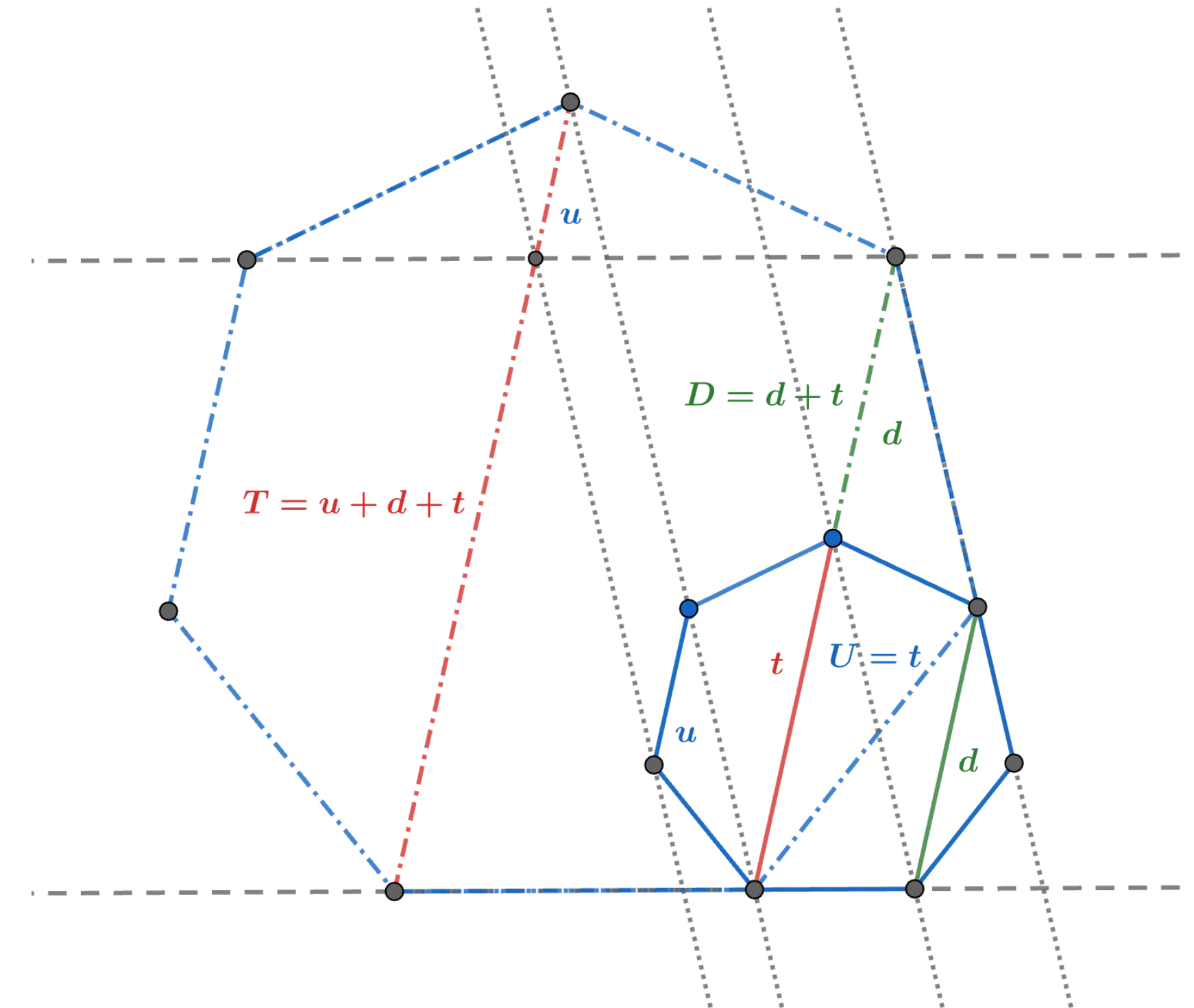
« Ange »

3 diagonals  
not 7 points



« Archange »

a recursion  
scheme



up:

$$\begin{aligned} U &= t \\ D &= d + t \\ T &= u + d + t \end{aligned}$$

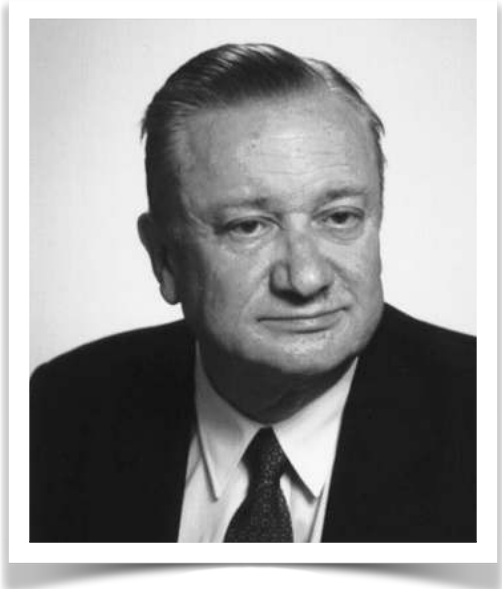
down:

$$\begin{aligned} t_1 &= t - d \\ d^* &= d - u \\ u_1 &= u - d^* \\ d_1 &= d^* - t_1 \end{aligned}$$



# Gauss vs. de Casteljau

Paul de Casteljau (1930-2022)



$$M = M^1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}, \quad M^2 = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 2 \\ 1 & 2 & 3 \end{bmatrix}, \quad M^3 = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 4 & 5 \\ 3 & 5 & 6 \end{bmatrix}, \quad \dots, \quad M^6 = \begin{bmatrix} 14 & 25 & 31 \\ 25 & 45 & 56 \\ 31 & 56 & 70 \end{bmatrix}, \quad \dots, \quad M^9 = \begin{bmatrix} 157 & 283 & 353 \\ 283 & 510 & 636 \\ 353 & 636 & 793 \end{bmatrix}$$

$$M^k = \begin{bmatrix} R_{k-1} & V_{k-1/2} & R_k \\ V_{k-1/2} & R_{k-1} + R_k & V_{k+1/2} \\ R_k & V_{k+1/2} & R_k \end{bmatrix}$$

which aligns with the table

|             |   |   |   |   |    |    |    |     |                           |
|-------------|---|---|---|---|----|----|----|-----|---------------------------|
| $R_k$       | 0 | 1 | 1 | 3 | 6  | 14 | 31 | 70  | $= V_{k-1/2} - V_{k+1/2}$ |
| $V_{k+1/2}$ | 0 | 1 | 2 | 5 | 11 | 25 | 56 | 126 | $= R_{k+1} - R_{k-1}$     |

$$\det(M - \lambda I) = \det \begin{bmatrix} -\lambda & 0 & 1 \\ 0 & 1 - \lambda & 1 \\ 1 & 1 & 1 - \lambda \end{bmatrix} = -\lambda^3 + 2\lambda^2 + \lambda - 1 = 0$$



« Le  $P_7$  est remarquable ! »

The regular heptagon is remarkable!

Le  $P_7$  est remarquable!

Déjà, la seule difficulté est le signe du module de  $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$  pour le  $2 \times 2$  c'est évidemment  $\begin{vmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} = -1$  Si  $\uparrow$  S'agit - (par toujours)

le  $P_5$ , et  $(M)^n$  la suite de Fibonacci  $u_{n+1} = u_n + u_{n-1}$

le  $3 \times 3$   $R_{k+1} - R_{k-1} \Rightarrow V_{k+\frac{1}{2}}$   $V_{k+\frac{1}{2}} - V_{k-\frac{1}{2}} \Rightarrow R_k$

$$M^k = \begin{pmatrix} R_{k-1} & V_{k-\frac{1}{2}} & R_k \\ V_{k-\frac{1}{2}} & R_{k-1} & V_{k+\frac{1}{2}} \\ R_k & V_{k+\frac{1}{2}} & R_{k+1} \end{pmatrix}$$

Je ne vais que donner quelques grandes lignes. Appelons les cotés  $u$  (un)  $d$  (deux)  $t$  (trois). On applique le théorème de PROLÉMÉE sur tous les quadrilatères "complémentaires" de triangles, dotés du même axe de symétrie

il y en a 4

- 1  $t^2 = d^2 + du$
- 2  $d^2 = u^2 + tu$
- 3  $u^2 = t^2 - dt$

$$Q = (t+d-u)^2 = t^2 + d^2 + u^2 - 2td - 2tu - 2du$$

$$\Rightarrow Q = Q + udt + tu - dt \Rightarrow 0 \div udt \quad \frac{1}{t} + \frac{1}{d} = \frac{1}{u}$$

Notes le british as y prête par!

Lignes brisées de 1 2 3 4

de 1  $K O E Z I$   
 2  $J O Z V K$   
 3  $I O V E J$

E comme ein U comme un  
 Z comme zwei D comme Deux  
 V comme vier T comme Trois

Je reste médusé par les petits exposants; Personne n'a su séparer  $+i$  de  $-i$  de l'équation  $x^7 + 1 = 0$ . Le sens trigonométrique n'est artificiel (Moivre; Gauss) pareil pour  $x^3 - 1 = 0$ , pour dissocier la paire  $j, j^2$ , mais la base 3 connaît le sens de rotation, pas la base 2, où il faut introduire le 4.

Sur cette comparaison  $P_7, P_9$  j'en ai rempli des kilos de brouillons, et il me reste un beau dossier! Je ne peux, hélas, que vous en donner un très faible extrait.

La comparaison entre sommes des longueurs des trois cotés  $u$  et  $d$  avec leurs coefficients, ou en produits avec leurs exposants, nous relève sur l'Heptagone complet, qui est une merveille!

Mais l'étude algébrique comparée du  $P_7$  et du  $P_9$  est sublime, surtout au départ: une généralisation des fractions continues, doublée d'une espèce de "réversible" totalement inattendue. On y passe des Heures



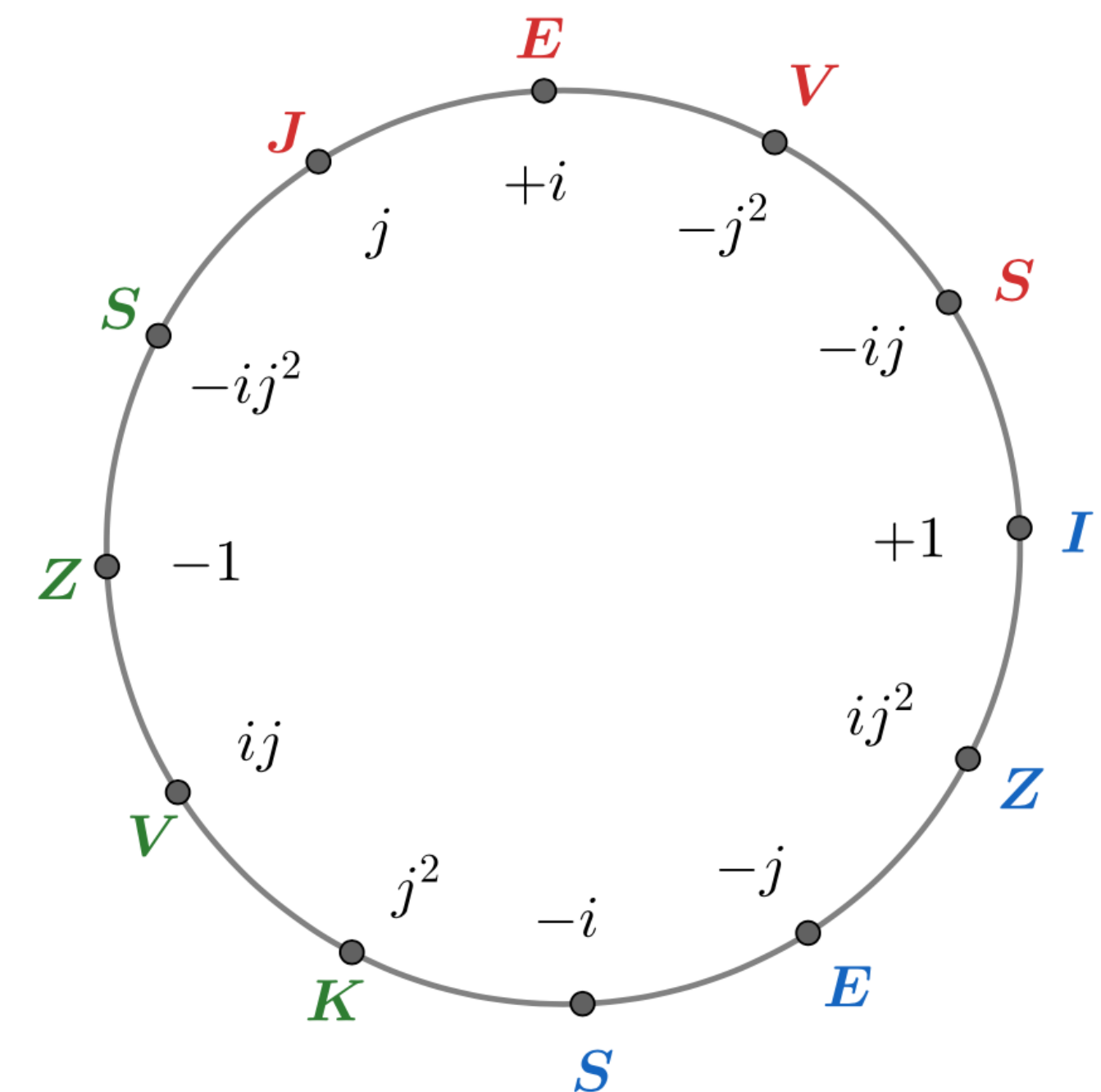
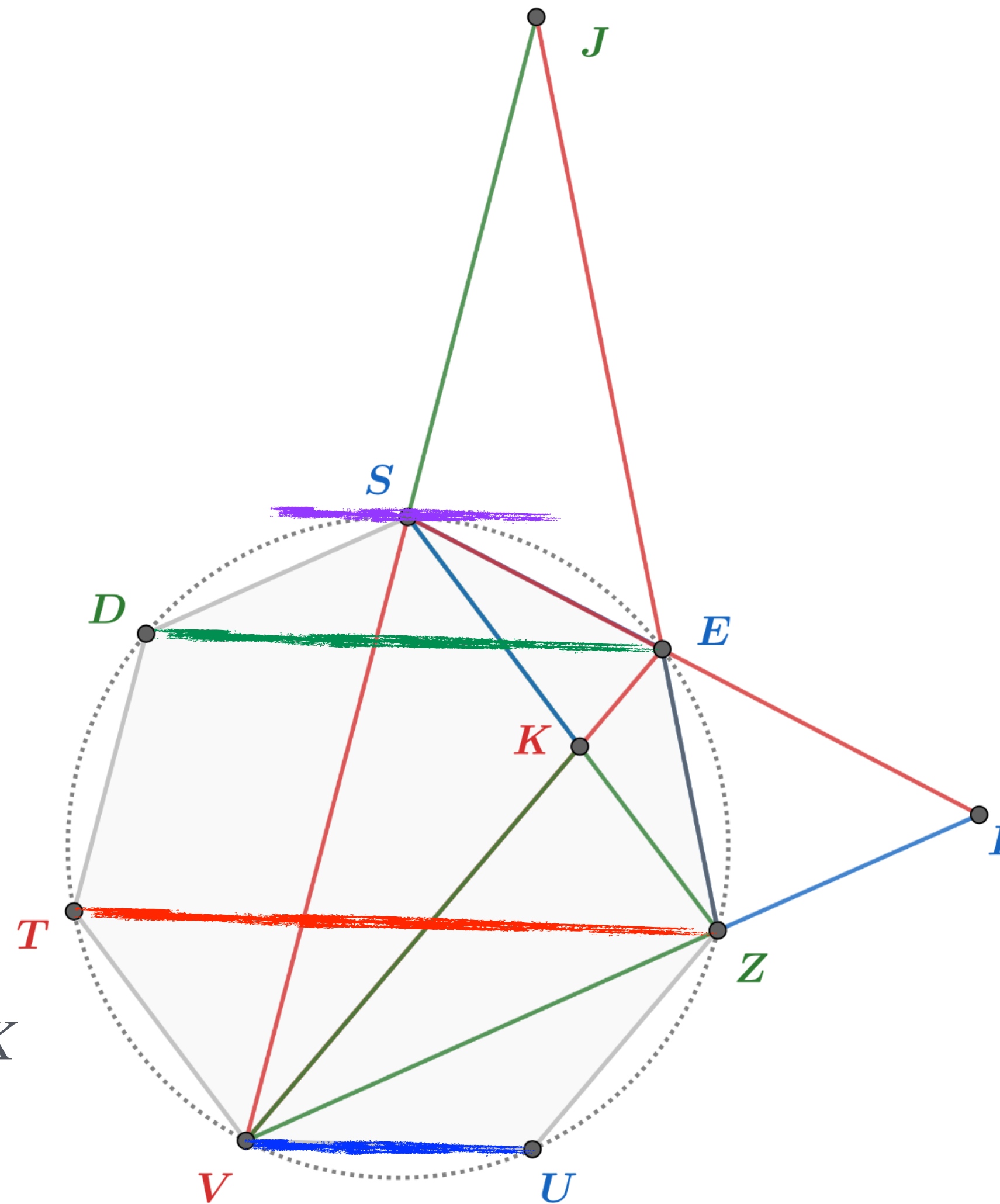
# The heptagon's complete quadrilateral

Seven points:

**S**ommet, **U**n, **D**eux, **T**rois  
and **E**ins, **Z**wei, **V**ier

We observe:

- 5-sequence with diagonal lengths  $u$  ( $IZESK$ ),  $d$  ( $KVZSJ$ ),  $t$  ( $JEVSI$ )
- each angle in the clockwise sequence is  $ij^2$ -times the preceding one ( $i^4 = 1 = j^3$ )
- similar triangles  $JES$ ,  $SIZ$ ,  $VEZ$ ,  $VSK$





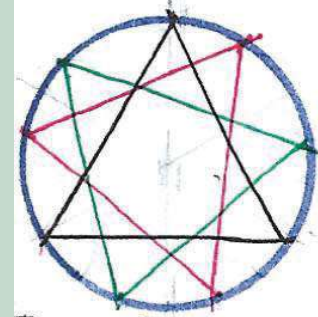
« On y passe des heures passionnantes ... le 3<sup>ème</sup> degré ! »

What's in the third degree?

Ce qui est passionnant avant tout, c'est la comparaison des Polygones réguliers complets ( $n$  points réguliers sur le cercle et toutes les cordes les reliant 2 à 2 et intersections; configurés avec les tangentes et intersections)  
Que d'analogies entre  $P_n$  et  $P_3$ !!! Déjà le nombre d'éléments (T tangente, C. corde)

|                         |               |                |              |
|-------------------------|---------------|----------------|--------------|
| $TT C_n^2$              | $C_7^2$ 21    | $C_9^2$ 36     | $C_5^2$ 10   |
| $TC n C_{n-1}^2$        | $7 C_6^2$ 105 | $9 C_8^2$ 252  | $5 C_4^2$ 30 |
| $CC 3 C_n^4$            | $3 C_7^4$ 105 | $3 C_9^4$ 378  | $3 C_5^4$ 15 |
| 3x Quadrilatère Complet | TOTAL 231     | 666 (Teufel!!) | 55           |

On peut aussi recenser tous les triangles et compter ceux qui sont homothétiques (il y en a très peu, car le nombre d'angles est très limité. (Fort instructif... avec le rapport d'homothétie) *(ou conjugués)* etc...



Triple taggen  
avid

Arithmétiquement on peut développer l'équation du troisième degré.

$$ax^3 + 3bx^2y + 3cxy^2 + dy^3 = 0 \quad (\text{le 3 est important}) \quad \text{les pôles!!!}$$

$$\frac{\frac{1}{3}f'_x \quad ax^2 + 2bxy + cy^2}{\frac{1}{3}f'_y \quad bx^2 + 2cxy + dy^2} = \frac{\frac{x^2}{a} \quad \frac{xy}{b}}{\frac{xy}{c} \quad \frac{y^2}{d}} = \frac{xy}{\frac{bx}{a} \quad \frac{ay}{d}} = \frac{xy^2 - (xy)^2}{(ad-bc)^2 - 4(ac-b^2)(bd-c^2)} \Rightarrow 0 \Rightarrow \Delta$$

Cette présentation évite le fameux  $4p^3 + 27q^2$ !!! escamotés brillamment \* En fait affreux

et on peut "paramétrer" les deux paraboles "asymptotes"  $3b = 2a\lambda + d\lambda^2$  et leurs tangentes, puis tout le plan  $3c = a\lambda^2 + 2d\lambda$

Je n'insiste pas sur le détail! On y passe des heures passionnantes ... le 3<sup>ème</sup> degré!



# « On croit rêver »

You think you're dreaming

après avoir réduit  $x^3-1=0$  ou  $x^9-1=0$  la seconde  $z^4+z^3-3z^2-2z+1=0 \div z+1$  P<sub>9</sub> en rouge 3

$z = \frac{1}{a}$   $z^3+z^2-2z-1=0$  écrit  $z = \frac{1}{z} + \frac{1}{z+1}$   $z = \frac{9}{a}$   $z+1 = \frac{1}{z-1} + \frac{1}{z}$

$y = \frac{d}{u}$   $z = -y$   $y^3-y^2-2y+1=0$   $y = \frac{1}{y-1} + \frac{1}{y}$   $z = 5 \frac{1}{y}$   $y = \frac{2+\frac{1}{y-1}+\frac{1}{y}}{y}$   $y = \frac{9}{u}$

$x = \frac{1}{4}$   $y = \frac{1}{2}$   $x^3-2x^2-x+1=0$   $x = 1 + \frac{1}{x-1} + \frac{1}{x}$   $z = 1 + \frac{1}{x}$   $x = 1 + \frac{1}{x} + \frac{1}{x+1}$   $x = \frac{d}{u}$

$z = 1 + \frac{1}{x}$   $x = 2 + \frac{1}{x}$   $x^3-3x^2-4x-1=0$   $A = 3x + 12 + \frac{1}{x} + 1$   $x = 1 + \frac{1}{x}$   $3x = 3 + \frac{1}{x} + \frac{1}{x+1} = A$

$\alpha = 4 + \frac{1}{\beta}$   $\beta^3-20\beta^2-9\beta-1=0$   $\beta = 61\beta + 1247 + \frac{1}{\beta} + 1$   $\alpha = 1 + \frac{1}{\alpha}$   $7\beta = 51 + \frac{1}{\beta} + \frac{1}{\beta+1} = B$

$C = 24943y = \frac{10199240}{181} + \frac{1}{C+1233} + \frac{1}{C+1234}$   $\beta = 7 + \frac{1}{\beta}$   $409\beta = \frac{23905}{17} + \frac{1}{C+53} + \frac{1}{C+54} = C$

On compare les deux!  
Quelle similitude

Dans les DEUX cas on peut "remonter" avec le changement de variable  $\theta = \frac{x+2}{1+2x}$   $[2(\theta x-1) = x-\theta!!!]$   
(\* la séquence des quotients partiels)

On n'ose y croire mais sauf erreur de ma part

$P_7$   $\theta^3 - 15\theta^2 + 12\theta + 1 = 0$   
 $P_9$   $\theta^3 + 12\theta^2 - 15\theta + 1 = 0$

On croit rêver, tellement la ressemblance est frappante

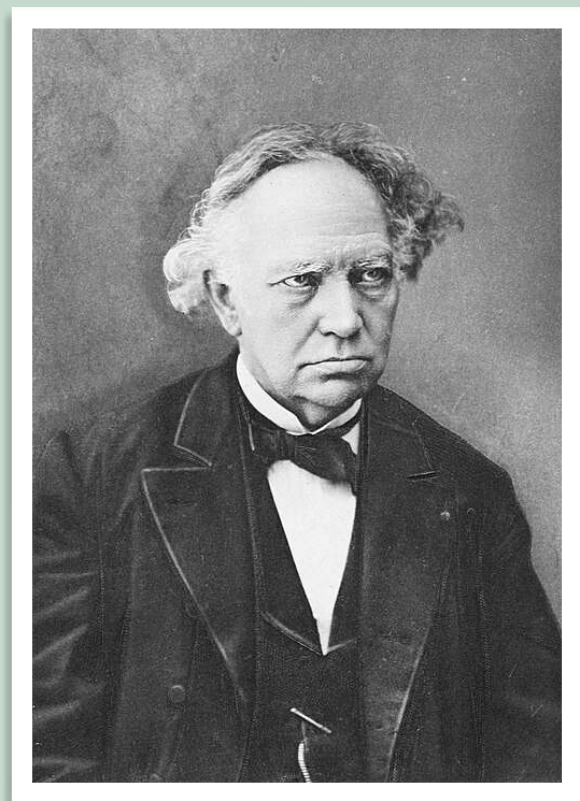
On peut aussi "remonter" à  $v = 6 + \frac{1}{v-4} + \frac{1}{v-5}$  pour le  $P_9$   
et à  $u = 14 + \frac{1}{u-14} + \frac{1}{u-13}$  pour le  $P_7$

Tout en m'excusant de donner un résumé si succinct, que je donne seulement pour vérifier des calculs  
si vous retombez sur ces résultats stupéfiants: Non nous ne nous trompons pas!!!  
mais ceci n'est qu'un reflet de mes résultats, qui occuperaient plusieurs pages



# Hermite's Problem (1848)

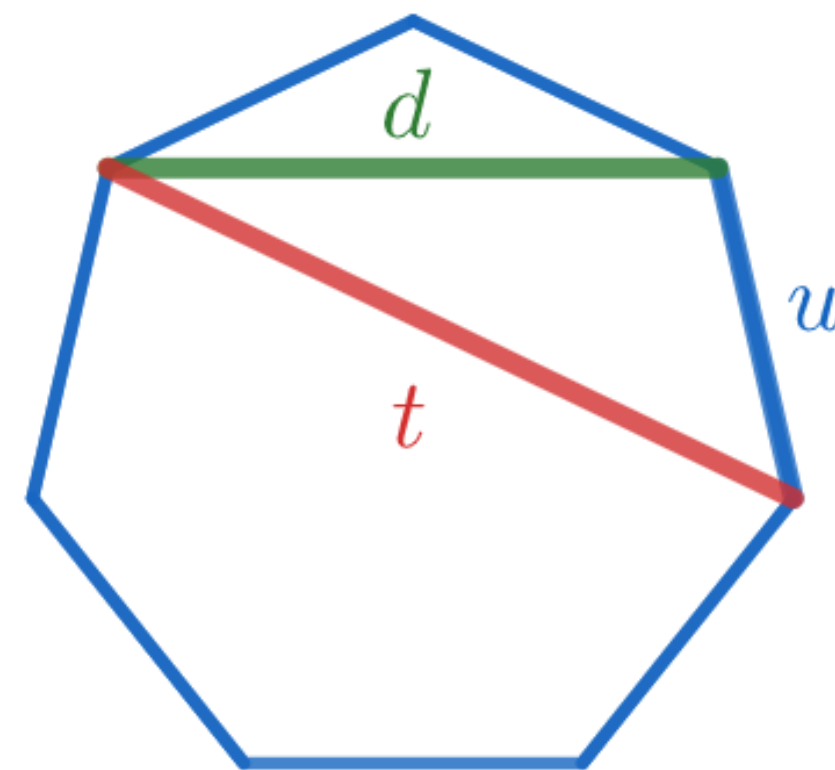
Continued fractions as polygonal rhythm



rational numbers:  
 $\frac{1}{3} = 0,333\dots$

quadratic irrationals:  
 $\sqrt{2} = [1; 2, 2, 2, \dots]$

cubic irrationals:  
 $\sqrt[3]{n} = [a_0, a_1, a_2, \dots?]$



$$X = A + \frac{1}{X - B} + \frac{1}{X - C}$$

$$\leftarrow \dots H_2 D_1 D_0 H_1 H_2 \dots \rightarrow$$

$$DH = \begin{bmatrix} H_0 & H_1 & H_2 & H_3 & H_4 & \dots \\ D_1 & H_0 & H_1 & H_2 & H_3 & \\ D_2 & D_1 & H_0 & H_1 & H_2 & \\ D_3 & D_2 & D_1 & H_0 & H_1 & \\ D_4 & D_3 & D_2 & D_1 & H_0 & \\ \vdots & & & & \ddots & \end{bmatrix}$$

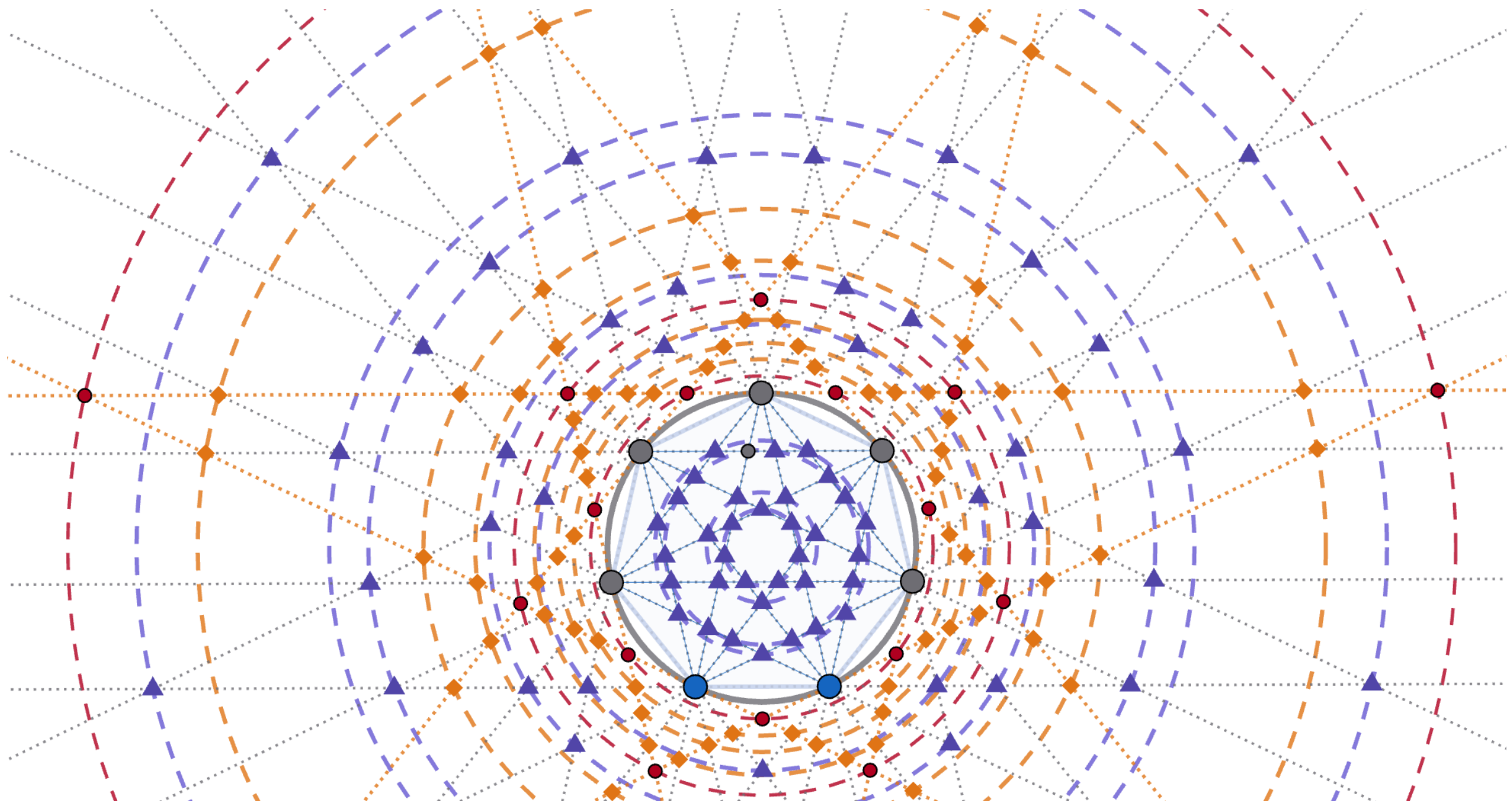
$$H_0 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad \dots \quad H_3 = \begin{bmatrix} 25 & 31 & 56 & 70 \\ 45 & 56 & 101 & 126 \\ 11 & 14 & 25 & 31 \\ 20 & 25 & 45 & 56 \end{bmatrix}$$

$$D_0 = H_0 \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad \dots \quad D_3 = \begin{bmatrix} -14 & 5 & -9 & 5 \\ 19 & -9 & 10 & -4 \\ -28 & 14 & -14 & 5 \\ 33 & -14 & 19 & -9 \end{bmatrix}$$



# Geometric Logarithm

| Step | right: arithmetics (coefficients) |    |    |    |        | left: geometry (exponents) |    |   |    |        |
|------|-----------------------------------|----|----|----|--------|----------------------------|----|---|----|--------|
|      | sum                               | t  | d  | u  | Value  | product                    | t  | d | u  | Value  |
| 0    | $3t + 2d + u$                     | 3  | 2  | 1  | 11.345 | $t^3/u^2$                  | 3  | 0 | -2 | 11.345 |
| 2    | $2t + 2d + u$                     | 2  | 2  | 1  | 9.098  | $t^2d/u^2$                 | 2  | 1 | -2 | 9.098  |
| 4    | $2t + d + u$                      | 2  | 1  | 1  | 7.296  | $td^2/u^2$                 | 1  | 2 | -2 | 7.296  |
| 14   | <b>t</b>                          | 1  | 0  | 0  | 2.247  | <b>t</b>                   | 1  | 0 | 0  | 2.247  |
| 16   | <b>d</b>                          | 0  | 1  | 0  | 1.802  | <b>d</b>                   | 0  | 1 | 0  | 1.802  |
| 21   | <b>u</b>                          | 0  | 0  | 1  | 1.000  | <b>u</b>                   | 0  | 0 | 1  | 1.000  |
| 23   | $d - u$                           | 0  | 1  | -1 | 0.802  | $du/t$                     | -1 | 1 | 1  | 0.802  |
| 28   | $t - d$                           | 1  | -1 | 0  | 0.445  | $u^2/t$                    | -1 | 0 | 2  | 0.445  |
| 30   | $-t + 2d - u$                     | -1 | 2  | -1 | 0.357  | $du^2/t^2$                 | -2 | 1 | 2  | 0.357  |



Je vais seulement recopier les exposants ou les coefficients trouver pour le  $P_7$

| Exposants |     |     | Numéro d'ordre<br>(Centré sur 50) | Coefficients |     |     |
|-----------|-----|-----|-----------------------------------|--------------|-----|-----|
| t         | d   | u   |                                   | t            | d   | u   |
| 3         | 0   | -2  | 65                                | 3            | 2   | 1   |
| ...       | ... | ... | 64                                | ...          | ... | ... |
| 2         | 1   | -2  | 63                                | 2            | 2   | 1   |
| ...       | ... | ... | 62                                | ...          | ... | ... |
| 1         | 2   | -2  | 61                                | 2            | 1   | 1   |
| 3         | -1  | -1  | 60                                | 2            | 1   | 0   |
| 0         | 3   | -2  | 59                                | 1            | 2   | 0   |
| 2         | 0   | -1  | 58                                | 1            | 1   | 1   |
| ...       | ... | ... | 57                                | ...          | ... | ... |
| 1         | 1   | -1  | 56                                | 1            | 1   | 0   |
| 3         | -2  | 0   | 55                                | 2            | 0   | -1  |
| 0         | 2   | -1  | 54                                | 1            | 0   | 1   |
| 2         | -1  | 0   | 53                                | 0            | 1   | 1   |
| -1        | 3   | -1  | 52                                | 0            | 2   | -1  |
| 1         | 0   | 0   | 51                                | 1            | 0   | 0   |
| ...       | ... | ... | 50                                | ...          | ... | ... |
| 0         | 1   | 0   | 49                                | 0            | 1   | 0   |
| 2         | -2  | 1   | 48                                | -1           | 1   | 2   |
| -1        | 2   | 0   | 47                                | 1            | 1   | 1   |
| 1         | -1  | 1   | 46                                | 1            | 0   | -1  |
| -2        | 3   | 0   | 45                                | -1           | 3   | -2  |
| 0         | 0   | 1   | 44                                | 0            | 0   | 1   |
| ...       | ... | ... | 43                                | ...          | ... | ... |
| -1        | 1   | 1   | 42                                | 1            | 1   | -1  |
| 1         | -2  | 2   | 41                                | 2            | -1  | -2  |
| -2        | 2   | 1   | 40                                | 1            | -2  | 2   |
| 0         | -1  | 2   | 39                                | -1           | 1   | 1   |
| ...       | ... | ... | 38                                | ...          | ... | ... |
| -1        | 0   | 2   | 37                                | 1            | -1  | 0   |
| ...       | ... | ... | 36                                | ...          | ... | ... |
| -2        | 1   | 2   | 35                                | -1           | 2   | -1  |
| 0         | -2  | 3   | 34                                | -2           | 1   | 3   |
| ...       | ... | ... | 33                                | ...          | ... | ... |
| -1        | -1  | 3   | 32                                | 1            | 0   | -2  |
| -2        | 0   | 3   | 31                                | ...          | ... | ... |
| ...       | ... | ... | 30                                | 0            | -1  | 2   |

Evidemment c'est amélioré  
après habonnement  
(l'origine à symétrie)  
(j'espère recopier sans erreur!)



« J'adore montrer en deux courtes lignes, qu'on fait bien mieux qu'en plusieurs pages.»

*I love indicating in two short lines, that you can say much more than you can in several pages.*

C'est la fontaine de confusion devant ce Hémicynape de signification, d'entre-Rhin (3 personnes!) en faveur du nouvel olympisme que je suis, plus particulièrement de mon voisin de chambre en Noroie le pauvre Mon Lyche, dont le beau frère truivelle / l'usine Citroën de Rennes, craignait que la « Montagne n'accouche d'une souris » tant il est vrai que je me laissais trahir par les pieds pour venir, sans oublier avoir tangentiellement très fauchée catastrophe, inévitable! Mon moral était au plus bas, croyez moi, quand dans le ciel du soir, très hardiment brilla un magnifique arc-en-ciel qui me le remonta au zénith!

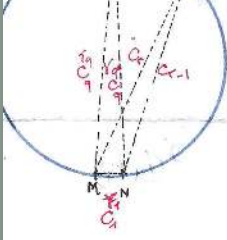
Sans la moindre intention de jouer "la Bellette", tous les éventuels traducteurs en Amphiosophon se débâtèrent (l'usage de départ? ou d'arrivée? ou...?) tel ainsi je pus intégrer tout à mon avis, pour la plus grande joie de mes compatriotes... Leur libidine devait plaisir à contempler! Oh, que oui, je m'étais souvenu d'Étienne Cohen, qui m'avait bien caché sa maîtrise des français, et de ces mines déconçues font j'évisions de couvrir le regard, pour ne pas être pris d'un fou-rire irrésistible! L'adieu ble-sens franco-italien de ces expositions so provoquant les franchies, et autres... !!

Au di vous signaler mes manières!

J'adore montrer en deux courtes lignes, on fait bien mieux qu'en plusieurs pages. Enfin, à l'Ecole Normale Supérieure, de futur premier à l'Épigraphie, promis à une carrière fulgurante et présumptive en avait fait la cruelle expérience. Puis chez Citroën, je venais de conseiller ma « Méta-anarchisme » avec celle des Américains, et venais de donner des indications précises, à un ingénieur d'origine germanique, juste pour le week-end (moulupe) de Penhaete. Rien qu'à son air, j'avais compris, et alignai deux très courtes lignes, au tableau, il est resté béat, au moins diminué à le regarder en murmurant: "Oh non, le Maître ça n'est pas un prof mais un prof de prof." Au victime était M. Bézier, qui resta redoublé par le plus petit requin d'eau douce, de la Faculté de Nancy! Être circulant avec les vainqueurs, sans oublier qu'un jour, ce sera mon tour.... !!

En recherche (recherche) il faut être polyvalent! Tout y passe Algèbre, Analyse, Calcul des Variations, et toutes les Géométries... .. La Reine des Mathématiques reste la Théorie des Nombres.

$OP, Oq, OM, C_0 = ON \quad MN = C_1; S_1$  Appliquons le théorème de PTOLÉMÉE  
 $ON, OM = OP, MN + ON.PN$



$\forall q, C_0, C_1, C_2, C_3, C_4, C_5, C_6, C_7, C_8, C_9, C_{10}, C_{11}, C_{12}, C_{13}, C_{14}, C_{15}$   
soit  $C_0, C_1, C_2, C_3, C_4, C_5, C_6, C_7, C_8, C_9, C_{10}, C_{11}, C_{12}, C_{13}, C_{14}, C_{15}$

ou on peut passer à l'expression trigonométrique pour tout  $n \geq p+q+n = 2q+1$  contrairement à GAUSS,  $n$  et  $q$  ne sont pas forcément premiers (je me presse de GAUSS)

on retrouve ainsi  $n=17$  (257; 65537) mais aussi tous les impairs  $n=5$  ( $n \geq 3$  bien sûr) le fameux pentagone, le nombre d'OR, la suite de Fibonacci va venir, mais on peut passer au 7, 9, 11, 13... à quel un 2<sup>e</sup> ou un nombre composé, on détaillera chaque d'intérieur, (en particulier 13 plus que 13 degrés traité par GAUSS: Avec 15 on a le choix entre une équation du 3<sup>e</sup> degré, suite d'une second, ou le contraire! Les deux sont possibles, et la comparaison est très intéressante. Pour le 17 on a un cas 3x3 seul). Gauss en parle!

Mais ceci ne suffit rien, sans valider la Seconde Diagonale de la Pyramide. La première, rebin, Cayley-Hamilton, encore mieux, mais rien ne rend la Seconde, bien que des 2 ( $m=1$ ) des 3 ( $m=2$ ) ou des 4 ( $m=3$ ) et des 5 en dessous. Je veux faire constater que l'échec sous formes de "pile" (oh! pardon de l'ordre de Caracassonne) permet vite de le démontrer A1, A2, ... An. Les triangles avant de passer à la fois suivant, et à nouveau ce schéma triangulaire, qui a fait la gloire de M. Caracassonne et la fortune de la République (RNUA) (cette me jouisse de GAUSS et de CALEY-HAMILTON... .. !)

Ce qui est passionnant avant tout, c'est la comparaison des Polygones réguliers complets (n points reliés sur le cercle et toutes les cordes des n-2 et d'intersections), configurées avec les longueurs et intersections.

Que d'analogies entre P<sub>3</sub> et P<sub>9</sub>!!! Déjà le nombre d'éléments (Triangle, C. corde)

|                                           |                         |                         |                        |
|-------------------------------------------|-------------------------|-------------------------|------------------------|
| PT C <sub>6</sub>                         | C <sub>2</sub> 24       | C <sub>3</sub> 36       | C <sub>4</sub> 70      |
| TC n C <sub>6</sub>                       | 7: 7 C <sub>2</sub> 105 | 9: 9 C <sub>2</sub> 252 | 5: 5 C <sub>2</sub> 30 |
| Quadrilatère Complexe CC 3 C <sub>6</sub> | 3 C <sub>4</sub> 105    | 3 C <sub>4</sub> 378    | 3 C <sub>4</sub> 30    |
| TOTAL                                     | 334                     | 666 (faux!!!)           | 55                     |

On peut aussi recenser tous les triangles et compter ceux qui sont homothétiques (il y en a beaucoup, car le nombre d'angles est très limité). (not intéressant... avec le rapport d'homothétie)

Arithmétiquement on peut développer l'équation du troisième degré:

$$ax^3 + 3bx^2y + 3cxy + dy^3 = 0 \quad (\text{le } 3 \text{ est important!}) \quad \text{les pôles!!!}$$
$$\frac{1}{d} \frac{x^3}{a} = \frac{-x^2}{\frac{3b}{d}} = \frac{-x}{\frac{3c}{d}} = \frac{-x^2 - (-xy)}{(ad-c) - \frac{(-bd-c)}{d-d}} \Rightarrow \Delta$$

Cette présentation écite le fameux 4p+27q!!!! escamoteur brillamment \* on peut affiner

et on peut paramétrer les deux paraboles "asymptotes"

$$3b = 2ax + \frac{dy}{x} \quad \text{et leurs tangentes jusqu'à l'infini.}$$
$$3c = a^2 + \frac{d^2}{x}$$

Je n'insiste pas sur le détail!! On y passe des heures passionnantes... le géomètre!

Le P<sub>3</sub> est remarquable!

déjà, la seule différence est le signe du module de  $\left(\frac{P_3}{P_9}\right)$  pour le 2L, c'est évident!!!  $\left|\frac{P_3}{P_9}\right| = 1$

le P<sub>3</sub>, et [M] du suite de Fibonacci ont un + ou -

le 3x3 R<sub>REV</sub> - R<sub>REV</sub> ⇒ V<sub>REV</sub>    V<sub>REV</sub> - V<sub>REV</sub> ⇒ R<sub>K</sub>    M<sub>K</sub>: {R<sub>REV</sub>-R<sub>REV</sub> R<sub>K</sub>} / {V<sub>REV</sub>-V<sub>REV</sub> V<sub>K</sub>}

Je me vois que donner quelques grandes lignes. Appelons les arêtes u(n) d'une (n) et (trois). On applique le Théorème de PROLENEE sur tous les quadrilatères complémentaires de triangles, dont du même axe de symétrie

(1) L<sub>1</sub> = d<sub>1</sub> du  
(2) d<sub>1</sub> = a<sup>2</sup>+t<sup>2</sup>  
(3) a<sup>2</sup>=t<sup>2</sup>-dt  
z = Q = Q + ud + tu - dt - do ⇒ ut + utt     $\frac{1}{2} + \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$

Lignes directrices:  
de d    K O E Z  
#2    J O Z V K  
3x4    I O V E J

Ecoulement Géométrique  
Zone qui donne Deux  
Vendredi Théorème Trois

Je reste médusé par les petits exposants; Personne n'a su séparer ti de i de l'équation x<sup>2</sup>+t=0. Le sens trigonométrique reste artificiel (Moine, Gauss) pareil pour x<sup>2</sup>+t=0, pour décrire la paire (j, s), mais du bout 3 connaît le sens de rotation, par la base 2, où il faut introduire le 4.

Sur cette comparaison, P<sub>3</sub>/P<sub>9</sub> j'en ai rempli des kilos de brouillons, et il me reste un beau dossier! Je ne peux, hélas, que vous en donner un très faible extrait.

La comparaison entre sommes des longueurs des trois côtés u et e avec leurs coefficients, ou en produits avec leurs exposants, sous-volet sur l'Heptagone complet, qu'est une merveille!

Mais l'étude algébrique comparée du P<sub>3</sub> et du P<sub>9</sub> est sublimine, surtout au départ: une généralisation des fractions continues, double d'une étape de réinvention! Malheureusement inattendue après des heures

[illegible]

Continuer... la comparaison bizarre avec Napoléon bien sûr, mais surtout par Touraine et Louis XIV (la guerre du Palatinat...) mais bon, hénon, Majoletto très mal vu de tout le monde... lui c'est protecteur de la constitutionnalisation "bon... elle ne jamaix mis les pieds" (C'est Martens, de Nice qui a battu Bonaparte à la bataille de Zurich) "dire qu'il était le bien-voulu venait beaucoup dire, faut en ayant été le témoin qui a rejoint la Confédération Helvétique. Ses/lors César voulait s'appuyer à l'émigration des Hébreux vers les... Chazrenes, ce qui a déclenché la Guerre des Gaulois, Arminius (Hermann) au Teutoburg, ce fut de chance que l'empire romain à l'éclata". "On m'a dit, que c'était par la faute des cavaliers germaniques, venant à la tête à Trèves (Trier) par César car, (dit-on chez les Gaulois) ils pratiquaient leur ruse, avec de la frairie rance, qui inclinaient la cavalerie gauloise, beaucoup plus agiles!!". Mes savoir!!! Mais il y eut la traite d'esclaves! Chacun, a voulu s'attribuer le royaume de Lothar (l'Aine), Lotharinge (Lothringen auf deutsch) (Lorraine pour les Gaulois, francs) un millionnaire de guerres (Krieg) et les derniers les Britanni qui ont fait marcher... et ce fut Bouvines, ou Othon finit par perdre, malgrea supériorité numérique à quatre contre un. Il voulait faire payer une bonne rançon, ce qui le perdit... Pourquoi réécouter ces tristes vieux souvenirs? je n'ai jamais été un bon historien! Et après tout c'est prouvé à nos voisins, qu'en 1990 je n'avais aucun homme à lire, ni Alexandre Dumas, ni même Cocteau, mais... les cours de préparation à l'Ecole Navale de mon grand-père, Amiral (contre-Amiral) (membre de la Société d'Etude) des Equations de DE LAMBRE magnifiques car elles traitent les 4 forces à la p.p.s. J'étais né en 1830 moi-même en 1930, etc... n'a jamaix me connaître. J'avais fait... la guerre de Crimée! A quinze ans, à la sortie de l'hiver, il faisait "OUI", comme un dit en France - Conté (beau soleil d'été, presque final!) Je voyais une brave poule gratter les feuilles mortes, de l'hiver sans grand succès. Tute de temps à autre, elle louchait pour gobber une petite araignée, à peine visible! Je l'observais à au ou deux mètres. Un coup de patte à droite, deux à gauche, encore un à droite et elle repartait, rien, ou pas grand chose; et hop, elle recommence, un, deux, un, et encore et encore quand tout à coup, elle met à jour un beau ver de terre; "Col Col Col" dit cette imbécile, en cherchant à l'emporter plus loin, pour l'avaler, mais col était si long qu'elle se prenait la patte dedans. "Col Col" que déjà les autres poules... et là Col Col baissent la jouvence du Social, le partage alors la malheureuse poule, tourne sur elle-même pour rebouter l'instant fatal où une autre poule arrive à attraper l'autre extrémité du ver. Alors la poule se décide à essayer à son tour d'avaler l'autre extrémité, et les deux poules se sont retrouvées bec à bec, reliés par le ver... A Calcutta, on a voulu me faire refaire mes miniquers pour les "magphétoscopes", et un gros mâle demande à toutes les poules Grattantes ainsi, "je réponds", "les poules grattées, font l'inverse!". J'ai compris quand d'ailleurs Carastenne justifia à son honneur, mon travail, et ma trouvaille, que cette histoire m'avait annoncée, ce qui allait arriver. Puis ne pouvant imaginer, les autres poules étaient d'accord, pour le partage. Ma foi ça va, en suivant les conseils de mes chefs c'étaient eux qui avaient financé cette recherche! Personne n'en voulait; au début j'entendais de la part des techniciens: "ce n'est pas la peine, d'avoir fait des études supérieures pour en arriver là!" Les imprimeurs étaient bien heureux que l'on ne leur ait pas posé ce problème; Puis ce fut l'impression: "les techniciens me respectent, du côté des imprimeurs une certaine jalousie, et les passages", "je ne nomme personne, s'il vous plaît!" Je croyais avoir ce qu'était une fonction homographe holomorphe, continue... que ça se fit, il me restait à connaître la fonction Publique! De tout cœur, et encore pour mes plus vifs remerciements,

(Signature)

« Je me gausse de GAUSS »

« Le  $P_7$  est remarquable ! »

« On croit rêver »



En recherche (Forschung) il faut être polyvalent ! Tout y passe Algèbre, Analyse, Calcul des variations, et toutes les "Géométries"... . . .

*In research you have to be versatile! It's all about algebra, analysis, calculus of variations, and all the 'geometries'.*

Dear Hartmut,

may your next chapter be as inspiring as a letter from de Casteljau - full of surprises, deep insights, and free from the pressure of deadlines.

Happy Retirement!